Mouvement d'un solide indéformable

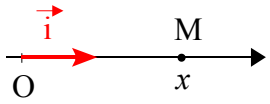
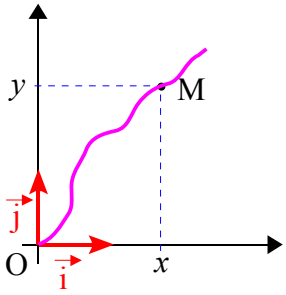
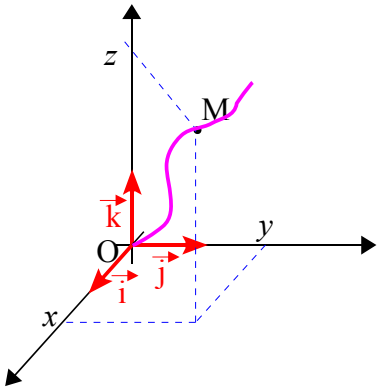
On appelle solide indéformable, un solide dont la forme ne dépend pas des actions qu'on exerce sur lui.

I- Relativité du mouvement

Pour décrire un mouvement, il est nécessaire de fixer un **référentiel** (= corps par rapport auquel le mouvement est étudié).

On prend souvent la Terre comme référentiel, on parle alors de référentiel terrestre. Mais il existe bien d'autres référentiels (géocentrique, héliocentrique,...)

Pour repérer la position d'un point d'un solide en mouvement, on associe un **repère** au référentiel. Un repère est constitué d'une origine et de 1,2 ou 3 axes selon le type de mouvement. On utilisera des repères orthonormés.

Mobile animé d'un mouvement rectiligne	Mobile animé d'un mouvement plan	Mobile animé d'un mouvement non plan
Repère à 1 dimension	Repère à 2 dimensions	Repère à 3 dimensions
		
$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i}$	$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$	$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$

La **trajectoire** d'un point mobile est la courbe constituée par l'ensemble des positions successives qu'il occupe au cours du mouvement. La trajectoire dépend du référentiel.

Dans le référentiel du cadre de la bicyclette, la trajectoire de valve est un cercle.

Dans le référentiel terrestre, la trajectoire de la valve est une cycloïde.

II- Vitesse d'un point

1) Vitesse moyenne

La vitesse moyenne (v_m) d'un point d'un solide est le quotient de la longueur (l) parcourue par la durée (Δt) du parcours. La vitesse moyenne dépend du référentiel d'étude.

$$v_m = \frac{l}{\Delta t}$$ avec v_m en m.s^{-1} ; l en m ; Δt en s

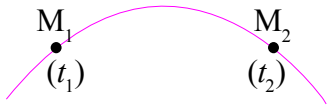
Dans le système international, l'unité de la vitesse est le mètre par seconde m.s^{-1}, mais on utilise parfois le kilomètre par heure km.h^{-1}.

$$1\,\text{km.h}^{-1} = \frac{1\,\text{km}}{1\,\text{h}} = \frac{1000\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = \frac{1}{3{,}6}\,\text{m.s}^{-1} \quad \text{soit} \quad 1\,\text{m.s}^{-1} = 3{,}6\,\text{km.h}^{-1}$$

Mouvement rectiligne

$$v_m = \frac{M_1M_2}{t_2 - t_1}$$

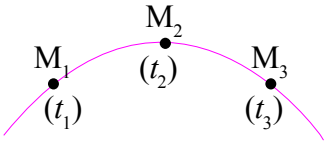
Mouvement curviligne



$$v_m = \frac{\overset{\frown}{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$$

2) Vitesse instantanée

La vitesse instantanée d'un point d'un solide à la date t_2 est pratiquement égale à sa vitesse moyenne entre les dates t_1 et t_3 très proches l'une de l'autre et encadrant t_2 .



$$v_2 = \frac{M_1M_3}{t_3 - t_1}$$

On peut confondre la longueur de l'arc M_1M_3 avec celle du segment M_1M_3 si l'intervalle de temps est très petit.

La vitesse du mobile dépend du référentiel utilisé.
La vitesse instantanée est la valeur indiquée par le compteur de vitesse d'un véhicule ou le radar des gendarmes.

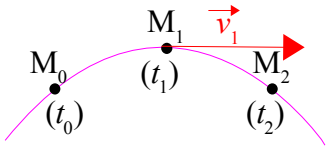
Le mouvement est dit **uniforme** si la valeur de la vitesse instantanée reste constante.
Le mouvement est dit **accéléré** si la valeur de la vitesse instantanée augmente au cours du temps.
Le mouvement est dit **décéléré** si la valeur de la vitesse instantanée diminue au cours du temps.

3) Vecteur vitesse

Le mouvement d'un point d'un solide possède une certaine direction, un certain sens et une certaine valeur, cela suggère d'utiliser l'outil mathématique « vecteur » pour représenter la grandeur vitesse.

A la date t_1 le point M est en M_1 et son vecteur vitesse **par rapport à un référentiel donné** est caractérisé par :

$$\vec{v}_1 = \begin{cases} \text{point d'application : le point } M_1 \\ \text{direction : tangente en } M_1 \text{ à la trajectoire} \\ \text{sens : celui du mouvement de M} \\ \text{valeur : } v_1 = \dfrac{M_0M_2}{t_2 - t_0} \end{cases}$$



Pour représenter le vecteur vitesse, il faut choisir une échelle.

III- Centre d'inertie d'un solide

Lorsqu'un solide est en mouvement dans le référentiel terrestre, l'un de ses points décrit une trajectoire plus simple que celle des autres points : c'est le **centre d'inertie G** du solide. Ce point est confondu avec le centre de gravité.

Lorsqu'un solide possède des éléments de symétrie, G est à leur intersection.

Ex : Le centre d'inertie d'un disque homogène est le centre du disque.
Le centre d'inertie d'un triangle homogène est le point d'intersection des médianes.

IV- Mouvement de translation

1) Définitions

Un solide est en mouvement de translation lorsque tout segment joignant 2 points quelconques du solide reste parallèle à lui-même au cours du mouvement.

Le mouvement de translation est **rectiligne** lorsque la trajectoire de chaque point du solide est une droite.

Le mouvement de translation est **curviligne** lorsque la trajectoire d'un point du solide n'est pas une droite.

Le mouvement de translation est **circulaire** lorsque la trajectoire d'un point du solide est un cercle.

2) Translation et vecteur vitesse

Au même instant, tous les points du solide en translation ont le même vecteur vitesse instantanée : c'est le vecteur vitesse du solide à cet instant.

A des instants différents, les vecteurs vitesse d'un solide en translation peuvent être différents (direction, valeur ou sens).

Lorsque la valeur de la vitesse reste constante au cours du temps, le mouvement est uniforme.

Lorsque la direction du vecteur vitesse reste constante au cours du temps, le mouvement est rectiligne.

V- Mouvement de rotation

1) Définition

Un solide a un mouvement de rotation autour d'un axe fixe lorsque chacun de ses points a une trajectoire circulaire centrée sur l'axe fixe.

2) Vitesse angulaire

La vitesse angulaire moyenne d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est égale au quotient de l'angle α dont il a tourné par la durée Δt correspondante.

$$\omega_{moy} = \frac{\alpha}{\Delta t}$$

Unités : angle α en radians (rad) ; Δt en seconde (s) ; ω en rad.s^{-1}

La vitesse angulaire instantanée d'un solide à la date t_1 est pratiquement égale à sa vitesse angulaire moyenne entre deux dates t_0 et t_2 très proches l'une de l'autre et encadrant t_1 .

3) Relation entre vitesse et vitesse d'un point

Pour un intervalle de temps donné plus le point est éloigné de l'axe plus il parcourt une distance importante : la vitesse du point dépend de la vitesse de rotation et du rayon de sa trajectoire.

En mathématique on montre que la longueur de l'arc est égale au produit du rayon par l'angle au centre correspondant. L = R.α

La vitesse de ce point est donc : $v = \frac{L}{\Delta t} = \frac{R\alpha}{\Delta t} = R\omega$

Relation entre vitesse du point et vitesse linéaire : $\mathbf{v = R\omega}$

4) Mouvement de rotation uniforme

Lorsque la vitesse de rotation a une valeur constante la rotation est uniforme et le mouvement est périodique.

La période T est la durée au bout de laquelle le phénomène recommence identique à lui même.

En une période le point a effectué un tour soit 2π radians.

Donc : $\omega = \frac{\alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$

La période est donc égale à $T = \frac{2\pi}{\omega}$ et la fréquence $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$